



Guía de Aprendizaje N°8 Función Exponencial Tercero Medio

Nombre:

Curso:

Fecha:

Objetivo de Aprendizaje:

(OA3) Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

Importante: No es obligación imprimir esta guía, puedes copiarla y desarrollarla en tu cuaderno, estudiarla desde tu computador o dispositivo móvil. Consultas al correo electrónico karinna@cesp.cl

GRÁFICAS DE FUNCIÓN EXPONENCIAL

Recordemos que una función exponencial es de la forma $f(x) = a^x$, donde $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ y $x \in \mathbb{R}$. El dominio de la función exponencial está dado por todos los números reales, y su recorrido corresponde a todos los números reales positivos.

TRASLACIÓN VERTICAL DE LA GRÁFICA

$$f(x) = a^x + k$$

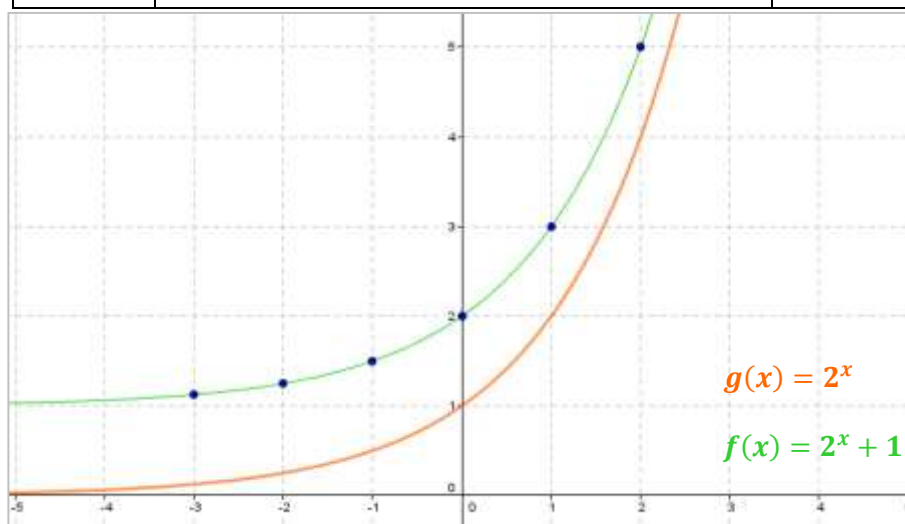
- ✓ Es una traslación de k unidades en forma vertical.
- ✓ Si $k > 0$, entonces la curva se traslada k unidades hacia arriba.
- ✓ Si $k < 0$, entonces la curva se traslada k unidades hacia abajo.

CASO 1: Para $a > 1$, se tiene que:

- ✓ La curva asociada a la función interseca al eje de las ordenadas en el punto $(0, 1 \pm k)$.
- ✓ La función es creciente para todo valor de x .

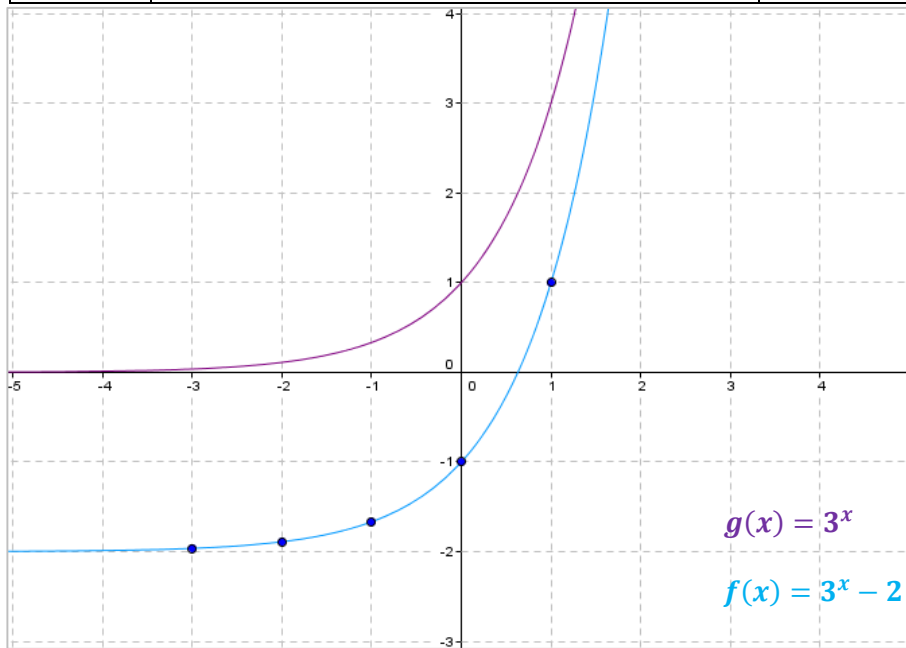
Ejemplo N°1: Se tiene la función exponencial $f(x) = 2^x + 1$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano.

x	$y = f(x) = 2^x + 1$	(x, y)
-3	$f(-3) = 2^{-3} + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1 = \frac{1}{8} + 1 = \frac{9}{8}$	$\left(-3, \frac{9}{8}\right)$
-2	$f(-2) = 2^{-2} + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$	$\left(-2, \frac{5}{4}\right)$
-1	$f(-1) = 2^{-1} + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$	$\left(-1, \frac{3}{2}\right)$
0	$f(0) = 2^0 + 1 = 1 + 1 = 2$	$(0, 2)$
1	$f(1) = 2^1 + 1 = 2 + 1 = 3$	$(1, 3)$
2	$f(2) = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$	$(2, 5)$
3	$f(3) = 2^3 + 1 = 8 + 1 = 9$	$(3, 9)$



Ejemplo N°2: Se tiene la función exponencial $f(x) = 3^x - 2$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano.

x	$y = f(x) = 3^x - 2$	(x, y)
-3	$f(-3) = 3^{-3} - 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2 = \frac{1}{27} - 2 = -\frac{53}{27}$	$\left(-3, -\frac{53}{27}\right)$
-2	$f(-2) = 3^{-2} - 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 = \frac{1}{9} - 2 = -\frac{17}{9}$	$\left(-2, -\frac{17}{9}\right)$
-1	$f(-1) = 3^{-1} - 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^1 - 2 = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3}$	$\left(-1, -\frac{5}{3}\right)$
0	$f(0) = 3^0 - 2 = 1 - 2 = -1$	$(0, -1)$
1	$f(1) = 3^1 - 2 = 3 - 2 = 1$	$(1, 1)$
2	$f(2) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$	$(2, 7)$
3	$f(3) = 3^3 - 2 = 27 - 2 = 25$	$(3, 25)$

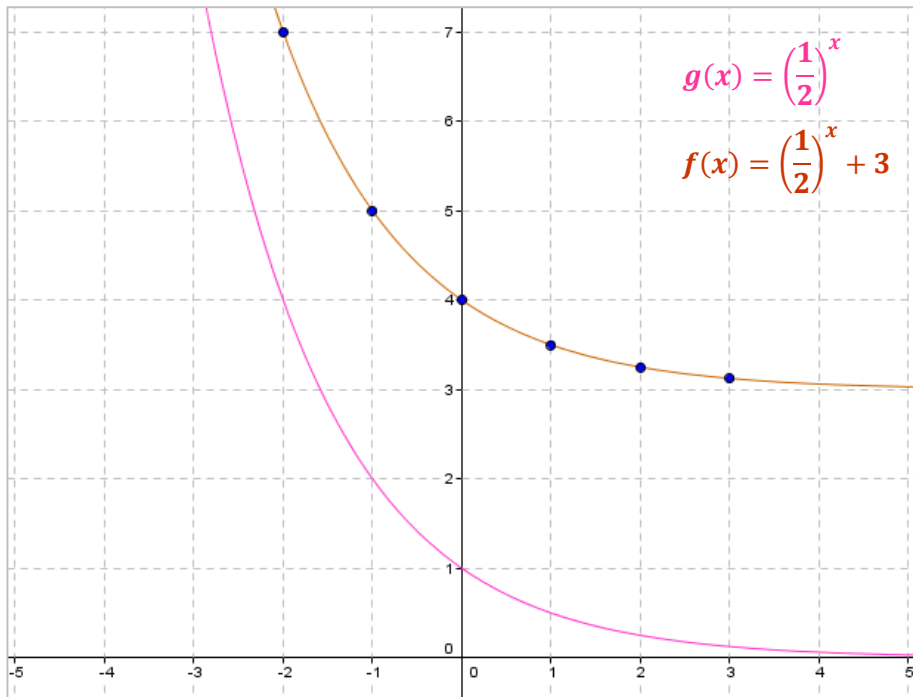


CASO 2: Para $0 < a < 1$, se tiene que:

- ✓ La curva asociada a la función interseca al eje de las ordenadas en el punto $(0, 1 \pm k)$.
- ✓ La función es decreciente para todo valor de x .

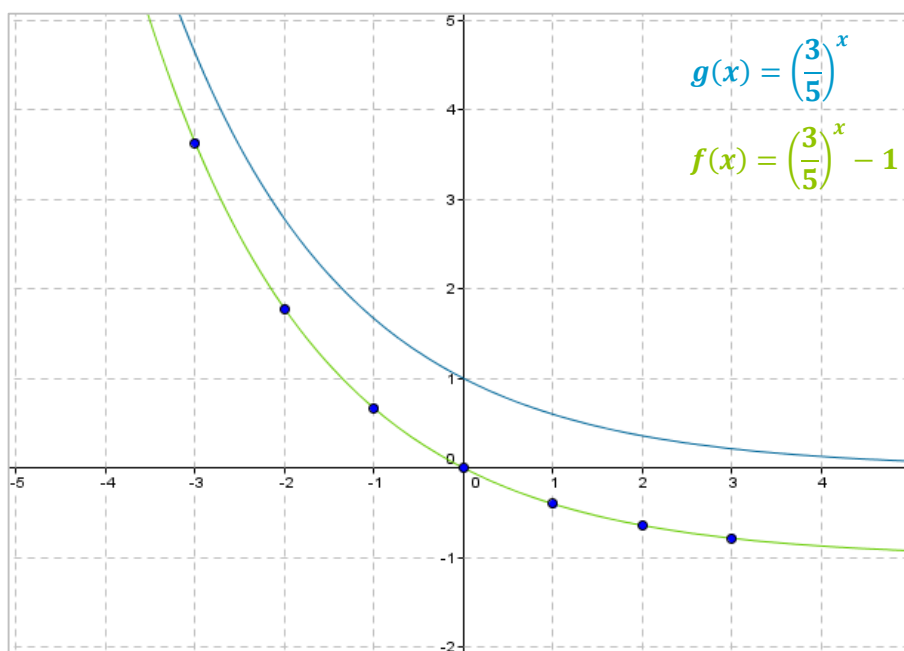
Ejemplo N°1: Se tiene la función exponencial $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano.

x	$y = f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$	(x, y)
-3	$f(-3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + 3 = 2^3 + 3 = 8 + 3 = 11$	$(-3, 11)$
-2	$f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 3 = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$	$(-2, 7)$
-1	$f(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 3 = 2^1 + 3 = 2 + 3 = 5$	$(-1, 5)$
0	$f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 3 = 1 + 3 = 4$	$(0, 4)$
1	$f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 3 = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$	$\left(1, \frac{7}{2}\right)$
2	$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 = \frac{1}{4} + 3 = \frac{13}{4}$	$\left(2, \frac{13}{4}\right)$
3	$f(3) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 = \frac{1}{8} + 3 = \frac{25}{8}$	$\left(3, \frac{25}{8}\right)$



Ejemplo N°2: Se tiene la función exponencial $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x - 1$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano.

x	$y = f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x - 1$	(x, y)
-3	$f(-3) = \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} - 1 = \left(\frac{5}{3}\right)^3 - 1 = \frac{125}{27} - 1 = \frac{98}{27}$	$\left(-3, \frac{98}{27}\right)$
-2	$f(-2) = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} - 1 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1 = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$	$\left(-2, \frac{16}{9}\right)$
-1	$f(-1) = \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} - 1 = \left(\frac{5}{3}\right)^1 - 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$	$\left(-1, \frac{2}{3}\right)$
0	$f(0) = \left(\frac{3}{5}\right)^0 - 1 = 1 - 1 = 0$	$(0, 0)$
1	$f(1) = \left(\frac{3}{5}\right)^1 - 1 = \frac{3}{5} - 1 = -\frac{2}{5}$	$\left(1, -\frac{2}{5}\right)$
2	$f(2) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = \frac{9}{25} - 1 = -\frac{16}{25}$	$\left(2, -\frac{16}{25}\right)$
3	$f(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 - 1 = \frac{27}{125} - 1 = -\frac{98}{125}$	$\left(3, -\frac{98}{125}\right)$



TRASLACIÓN HORIZONTAL DE LA GRÁFICA

$$f(x) = a^{x-h}$$

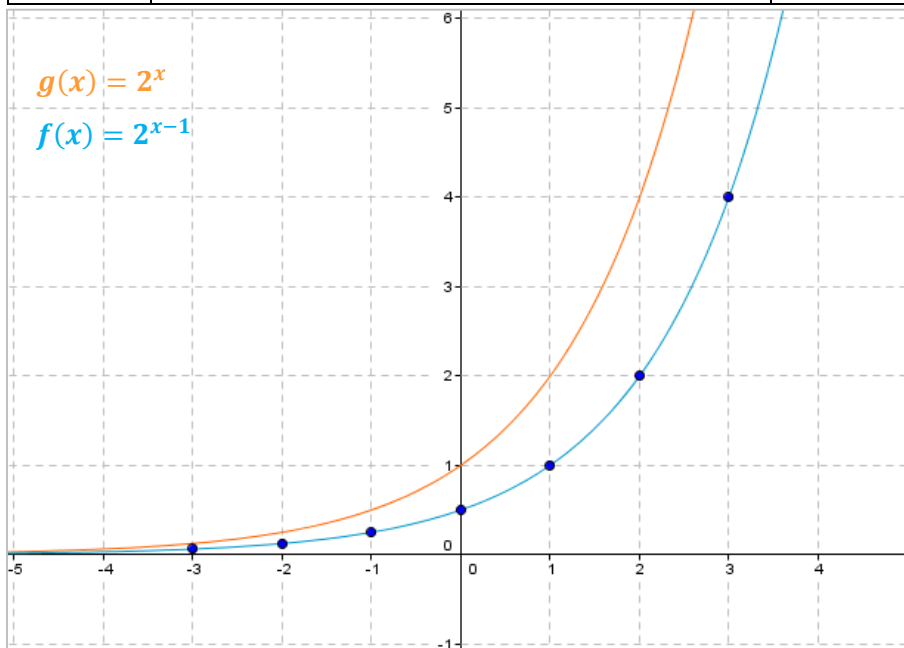
- ✓ Es una traslación de h unidades en forma horizontal.
- ✓ Si $h > 0$, entonces la curva se traslada h unidades hacia la derecha.
- ✓ Si $h < 0$, entonces la curva se traslada h unidades hacia la izquierda.

CASO 1: Para $a > 1$, se tiene que:

- ✓ La función es creciente para todo valor de x .

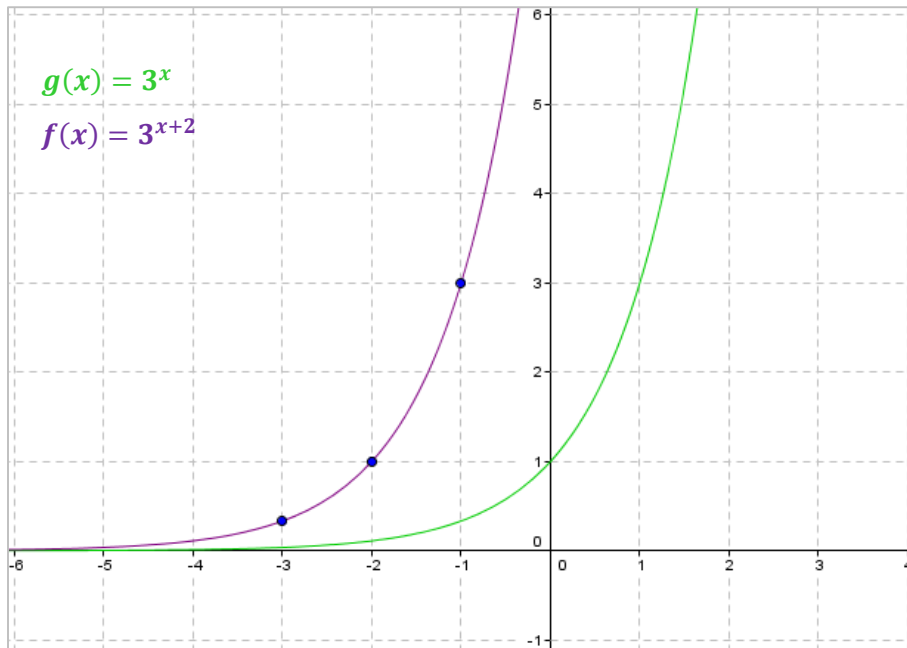
Ejemplo N°1: Se tiene la función exponencial $f(x) = 2^{x-1}$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano. Notar que: $h = 1$.

x	$y = f(x) = 2^{x-1}$	(x, y)
-3	$f(-3) = 2^{-3-1} = 2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$	$\left(-3, \frac{1}{16}\right)$
-2	$f(-2) = 2^{-2-1} = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$	$\left(-2, \frac{1}{8}\right)$
-1	$f(-1) = 2^{-1-1} = 2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$	$\left(-1, \frac{1}{4}\right)$
0	$f(0) = 2^{0-1} = 2^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$
1	$f(1) = 2^{1-1} = 2^0 = 1$	$(1, 1)$
2	$f(2) = 2^{2-1} = 2^1 = 2$	$(2, 2)$
3	$f(3) = 2^{3-1} = 2^2 = 4$	$(3, 4)$



Ejemplo N°2: Se tiene la función exponencial $f(x) = 3^{x+2}$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano. Notar que: $h = -2$. (Porque $x + 2 = x - (-2)$)

x	$y = f(x) = 3^{x+2}$	(x, y)
-3	$f(-3) = 3^{-3+2} = 3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$	$\left(-3, \frac{1}{3}\right)$
-2	$f(-2) = 3^{-2+2} = 3^0 = 1$	$(-2, 1)$
-1	$f(-1) = 3^{-1+2} = 3^1 = 3$	$(-1, 3)$
0	$f(0) = 3^{0+2} = 3^2 = 9$	$(0, 9)$
1	$f(1) = 3^{1+2} = 3^3 = 27$	$(1, 27)$
2	$f(2) = 3^{2+2} = 3^4 = 81$	$(2, 81)$
3	$f(3) = 3^{3+2} = 3^5 = 243$	$(3, 243)$

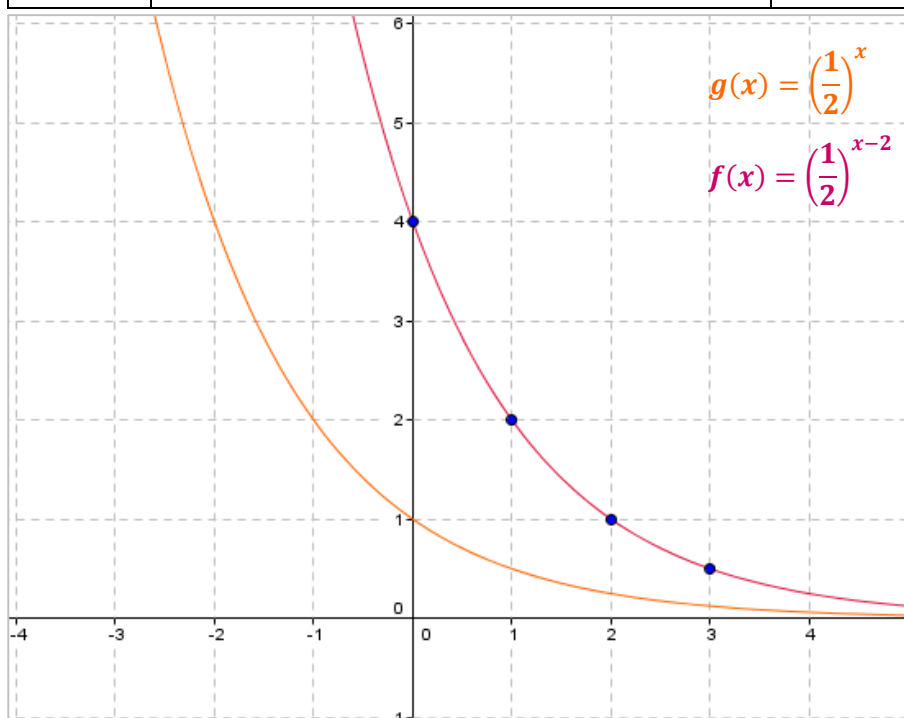


CASO 2: Para $0 < a < 1$, se tiene que:

- ✓ La función es decreciente para todo valor de x .

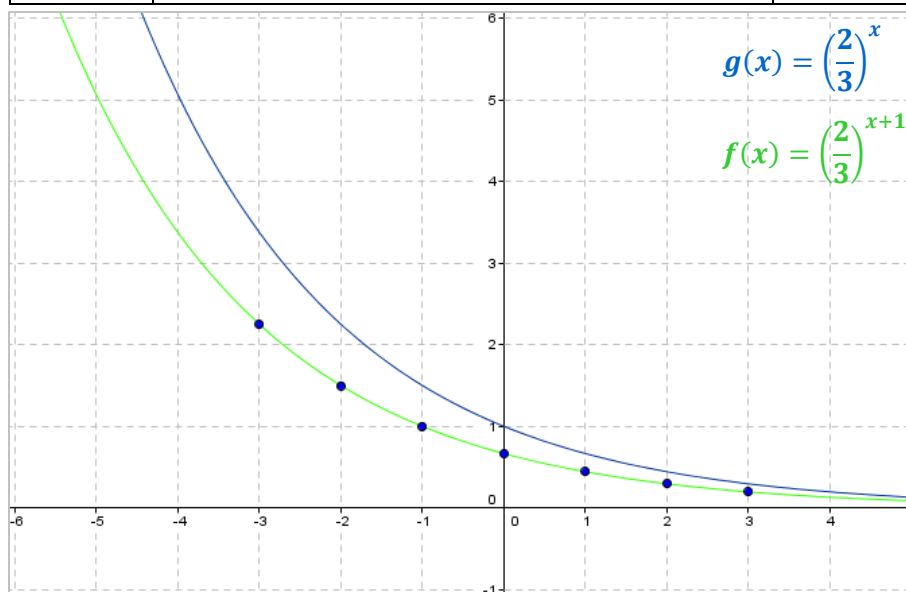
Ejemplo N°1: Se tiene la función exponencial $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano. Notar que: $h = 2$.

x	$y = f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$	(x, y)
-3	$f(-3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^5 = 32$	$(-3, 32)$
-2	$f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^4 = 16$	$(-2, 16)$
-1	$f(-1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$	$(-1, 8)$
0	$f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^{0-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$	$(0, 4)$
1	$f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1 = 2$	$(1, 2)$
2	$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$	$(2, 1)$
3	$f(3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$	$\left(3, \frac{1}{2}\right)$



Ejemplo N°2: Se tiene la función exponencial $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$. Se debe elaborar la tabla de valores para graficar posteriormente en el plano cartesiano. Notar que: $h = -1$. (Porque $x + 1 = x - (-1)$)

x	$y = f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$	(x, y)
-3	$f(-3) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$	$\left(-3, \frac{9}{4}\right)$
-2	$f(-2) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2}$	$\left(-2, \frac{3}{2}\right)$
-1	$f(-1) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$	$(-1, 1)$
0	$f(0) = \left(\frac{2}{3}\right)^{0+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$	$\left(0, \frac{2}{3}\right)$
1	$f(1) = \left(\frac{2}{3}\right)^{1+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$	$\left(1, \frac{4}{9}\right)$
2	$f(2) = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$	$\left(2, \frac{8}{27}\right)$
3	$f(3) = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$	$\left(3, \frac{16}{81}\right)$



TRASLACIÓN VERTICAL Y HORIZONTAL DE LA GRÁFICA

$$f(x) = a^{x-h} + k$$

✓ Es una traslación de h unidades en forma horizontal y de k unidades en forma vertical.

- $f(x) = 3^{x-2} + 4$ → Se desplaza 2 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia arriba.
- $g(x) = 2^{x+3} - 1$ → Se desplaza 3 unidades hacia la izquierda y 1 unidad hacia abajo.
- $h(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} + 2$ → Se desplaza 2 unidades hacia la izquierda y 2 unidades hacia arriba.
- $i(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-3} - 3$ → Se desplaza 3 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia abajo.

Recuerda que:

Si $f(x) = a^{x-h} + k$, entonces:

- Cuando $a > 0$, la curva es creciente.
- Cuando $0 < a < 1$, la curva es decreciente.
- Cuando $h > 0$, la curva se desplaza hacia la derecha.
- Cuando $h < 0$, la curva se desplaza hacia la izquierda.
- Cuando $k > 0$, la curva se desplaza hacia arriba.
- Cuando $k < 0$, la curva se desplaza hacia abajo.

EJERCICIOS

ACTIVIDAD 1: Para cada una de las siguientes funciones exponenciales, construye una tabla de valores, ubica los pares ordenados en el plano cartesiano y bosqueja su gráfica. Utiliza un solo plano cartesiano para comparar desplazamientos respecto a la función original.

- Graficar $f(x) = 3^x$

a) $g(x) = 3^x + 1$

b) $h(x) = 3^x - 3$

c) $m(x) = 3^x - 1$

d) $n(x) = 3^x + 3$

ACTIVIDAD 2: Para cada una de las siguientes funciones exponenciales, construye una tabla de valores, ubica los pares ordenados en el plano cartesiano y bosqueja su gráfica. Utiliza un solo plano cartesiano para comparar desplazamientos respecto a la función original.

- Graficar $f(x) = 3^x$

a) $g(x) = 3^{x+1}$

b) $h(x) = 3^{x-3}$

c) $m(x) = 3^{x-1}$

d) $n(x) = 3^{x+3}$

Para complementar: Escanea los códigos QR desde tu dispositivo móvil o haz click en el link respectivo.



Función Exponencial III. Traslación vertical de su gráfica

<https://www.youtube.com/watch?v=wb9JOoxqHcM>



Función Exponencial IV. Traslación horizontal de su gráfica

<https://www.youtube.com/watch?v=PjLb7VO53s8>



Función Exponencial V. Crecimiento, decrecimiento y traslaciones

https://www.youtube.com/watch?v=3LdkR_WwrTQ